## ЕКОЛОГІЯ І БУДІВНИЦТВО

УДК 624.012.45:620.17 DOI https://doi.org/10.32846/2306-9716/2020.eco.2-29.2.16

## НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН КОМПОЗИТНОЇ АРМАТУРИ ЗА УМОВ ВЗАЄМОДІЇ З ВИСОКОМІЦНИМ БЕТОНОМ: АНАЛІТИЧНІ РОЗРАХУНКИ

Кияшко В.Т.<sup>1</sup>, Косарчук В.В.<sup>2</sup>, Чаусов М.Г.<sup>3</sup>, Агарков О.В.<sup>2</sup>, Ковальчук В.В.<sup>2</sup> <sup>1</sup>Державна екологічна академія післядипломної освіти та управління вул. Митрополита Василя Липківського, 35, 03035, м. Київ <sup>2</sup>Державний університет інфраструктури та технологій вул. Кирилівська, 9, 04071, м. Київ <sup>3</sup>Національний університет біоресурсів і природокористування України вул. Героїв оборони, 15, 03041, м. Київ kuyashko\_vt@gsuite.duit.edu.ua, kosarchukvv@gmail.com, agarcov@gmail.com, kovalchuk\_vv@gsuite.duit.edu.ua, m.g.chausov@gmail.com

Метою роботи є аналітичний аналіз напружено-деформованого стану композитної арматури в умовах взаємодії з високоміцним бетоном. Актуальність дослідження зумовлена тим, що останнім часом у практиці будівництва автомобільних доріг широкого застосування набуває використання композитної арматури. Армування плит покриття, а інколи і нижніх шарів дорожнього одягу підвищує міцність, надійність і довговічність конструкції. Використання композитної арматури зумовлене такими її перевагами: високою питомою міцністю, стійкістю до усіх видів корозії, екологічністю технологічного процесу виготовлення, меншою вартістю порівняно зі сталевою арматурою та інші. Надійність такої конструкції значною мірою забезпечується зчепленням арматури з бетоном. Ця робота спрямована на побудову математичної моделі процесу взаємодії арматури з бетоном за допомогою зусиль зчеплення і нормальних напружень. Розроблена теорія призначена для аналітичного аналізу складного процесу взаємодії арматури з бетоном і дозволить інженерам-проектувальникам вирішувати задачі оптимізації конструкцій дорожнього одягу. Для врахування умов сумісної роботи арматури з бетоном та для аналізу напружено-деформованого стану арматури розглянута задача про висмикування арматурного стержня з бетону. Побудовані аналітичні залежності для розподілу нормальних напружень по довжині арматурного стержня. Також розглянутий розподіл дотичних напружень у контактному елементі стержня арматури з бетоном. Розрахункова схема поставленої задачі має певні припущення і спрощення, проте запропоновані аналітичні залежності цілком узгоджуються з експериментальними даними. Знайдене рішення поставленої задачі може бути використане як базове для порівняння із результатами інших методів розрахунку, наприклад, чисельних методів механіки деформівного твердого тіла. Ключові слова: напружено-деформований стан, композитна арматура, зчеплення арматури з бетоном, аналітичний підхід, дорожній одяг.

## Stress-strain state of composite reinforcement under the conditions of interaction with high-strength concrete: analytical approach. Kiyashko V., Kosarchuk V., Chausov M., Agarcov O., Kovalchuk V.

The purpose of this paper is an analytical analysis of the stress-strain state of composite reinforcement under the conditions of interaction with high-strength concrete. The relevance of the study is because recently in the practice of road construction is widely used composite fittings. Reinforcement of the coating, and sometimes the lower layers of pavement increases the reliability and durability of the structure. The use of composite reinforcement is due to the following advantages: high specific strength, resistance to all types of corrosion, environmental friendliness of the manufacturing process, lower cost compared to steel, etc. The reliability of this design is largely ensured by the adhesion of reinforcement to concrete. Analytical analysis of the complex process of interaction of reinforcement with concrete was carried out to further optimize the design of pavement. To take into account the conditions of joint operation of reinforcement with concrete is considered. The basis of the research is mathematical modeling using a boundary value problem. Analytical dependencies for the distribution of normal stresses on the length of a reinforcing core are constructed. The distribution of tangential stresses in the contact element of the reinforcement rod with concrete is also considered. The calculation scheme of the problem has certain assumptions and simplifications, but the proposed analytical dependencies are fully consistent with the experimental data. The found solution of this problem can be used as a basis for comparison with the results of other calculation methods, for example, numerical methods of mechanics of a deformable solid. *Key words*: stress-strain state, composite reinforcement, reinforcement bond to concrete, analytical approach, road pavement.

Постановка проблеми. У сучасній світовій практиці будівництва конструкцій, елементи яких випробовують згинання, все більш широкого застосування набуває композитна арматура завдяки її здатності сприймати великі порівняно з бетоном розтягувальні зусилля. До таких конструкцій, зокрема, належить багатошаровий дорожній одяг.

Стан дорожнього одягу загалом залежить від кліматичних умов і механічних факторів. Механічні навантаження та перепади температури, зміна воло-

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ...

гості приводять до поступового руйнування дорожнього покриття. Для доріг жорстокого типу з цементобетонним покриттям накопичення пошкоджень у процесі експлуатації здебільшого пов'язане з дією механічних навантажень від транспортних засобів і від стану тих шарів конструкції дороги, на які опираються бетонні плити покриття. Нерівномірне ущільнення нижніх шарів призводить до появи пустот, внаслідок чого напруження, що виникають на нижній стороні плити покриття, можуть перевищити границю міцності бетону. Крім того, тріщини можуть виникати і внаслідок явища утоми матеріалу плити, оскільки режим механічного навантаження є циклічним. Щоб запобігти вказаним явищам і збільшити термін служби конструкції дороги, використовують армування плит покриття, а інколи і нижніх шарів дорожнього одягу.

У практиці дорожнього будівництва застосовують в основному два типи арматури: сталеву і композитну. При цьому досвід показує, що сталева арматура має суттєві недоліки, серед яких слід зазначити схильність до хімічної та електрохімічної корозії. Використання сталевого армування верхнього шару покриття для доріг жорсткого типу виявило також суттєву залежність довговічності таких доріг від негативного впливу хімічних реагентів, які використовують у зимовий період під час ожеледі (так звана хлоридна корозія).

Основними перевагами композитної арматури є висока питома міцність, стійкість до усіх видів корозії, а відтак і висока довговічність. До того ж склопластик має майже такий самий коефіцієнт лінійного температурного розширення, як і бетон, тому за зміни температури в армованому бетоні не виникають значні температурні напруження. Суттєвою перевагою композитної арматури є її вартість, яка наразі є значно меншою, ніж вартість сталевої. Практично важливим чинником є також і екологічність самого технологічного процесу виготовлення такої арматури.

На етапі проектування конструкцій дорожнього одягу, міцність і надійність яких підвищують армованими елементами, важливою задачею є оцінювання сумісної роботи арматури з бетоном з подальшою оптимізацією вхідних параметрів. Актуальність дослідження. Поширення застосування неметалевої композитної арматури в будівництві автомобільних доріг України зумовлює актуальність цілеспрямованого експериментального і теоретичного дослідження зчеплення арматури з бетоном з метою забезпечення міцності, жорсткості та тріщиностійкості конструкцій дорожнього одягу. Для того щоб підвищити якість армування бетону арматурою, треба дослідити умови роботи арматури у бетоні під час різних видів навантаження. У цій статті розглянемо деякі аспекти деформування конструкцій з бетону, армованого композитною арматурою, з урахуванням навантаження, що є характерним для дорожнього одягу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питанням взаємодії арматури з бетоном присвячено багато робіт експериментального і теоретичного спрямування [1-12]. Проте ця проблема є настільки складною, що й досі не вирішена. Встановлено [1; 2], що взаємодію арматури з бетоном забезпечують декілька основних факторів: контактна взаємодія елементів рельєфу зовнішньої поверхні арматури з бетоном, тертя і молекулярна взаємодія (адгезія). Результати лабораторних досліджень показують, що два останні фактори разом забезпечують не більше 20...25% міцності такого з'єднання. Тому вирішальною є механічна взаємодія арматури з бетоном, характер якої залежить від розмірів і форми поперечного перерізу, профілю зовнішньої поверхні арматури, а також від механічних властивостей матеріалів. Аналіз впливу указаних чинників на величину зусилля висмикування арматури з бетону виконують за результатами експериментів, методики проведення яких наведені в [5-14]. У цій роботі розглянемо аналітичний підхід до вирішення задачі.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо задачу про напружено-деформований стан армованого бетонного стержня за умов висмикування арматури. Якщо не зважати на можливу наявність пустот у зоні зчеплення, то сумісна робота арматури з бетоном нагадуватиме поведінку різьбового з'єднання двох деталей – бетонної втулки з внутрішньою різьбою істержняарматуризвідповідною зовнішньоюрізьбою.

Для поставленої задачі на рис. 1 схематично показаний стержень арматури, що взаємодіє з бетонним



блоком (втулкою) на ділянці довжиною l (зазвичай її називають *ділянкою анкеровки*). На стержень і блок діють однакові, протилежно направлені сили F (рис. 1, a).

Для визначення розподілу нормальних зусиль  $N_a$ , що діють в арматурі на ділянці анкеровки, будуємо розрахункову схему елементу арматури довжиною dx (рис. 1,  $\delta$ ). При цьому довжину dx приймаємо достатньо малою, щоб вважати зусилля q на одиницю довжини арматурного стержня, який контактує з бетоном, пропорційним до взаємного переміщення стержня і втулки за рахунок пружної деформації зубців різьби.

Враховуємо, що бетон і склопластик мають різні механічні властивості, зокрема різні модулі пружності. Для проведення розрахунків приймаємо:

$$q = c \left( u_a - u_b \right), \tag{1}$$

де  $u_a$ ,  $u_b$  – переміщення стержня і втулки,

 с – деякий коефіцієнт пропорційності, який визначається експериментально.

За фізичною суттю *q* – це зусилля, що діють на навивку (різьбу) арматурного гвинта. Із умов рівноваги досліджуваного елементу маємо:

$$q = \frac{dN_a}{dx}.$$

Відносні деформації стержня і втулки визначаємо за формулами:

$$\varepsilon_a = \frac{du_a}{dx} = \frac{N_a}{E_a A_a}, \ \varepsilon_b = \frac{du_b}{dx} = \frac{N_b}{E_b A_b}$$

де  $A_a$ ,  $A_b$  – площі поперечних перерізів стержня і втулки;

 $E_{a}, E_{b}$  – модулі пружності арматури і бетону.

З урахуванням формули (1) для інтенсивності осьового зусилля отримаємо:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{d^2 N_a}{dx^2} = c \left( \frac{N_a}{E_a A_a} - \frac{N_b}{E_b A_b} \right).$$
(2)

Оскільки  $N_b = F - N_a$ , то рівняння (2) можна записати у вигляді:

$$\frac{d^2 N_a}{dx^2} - k^2 N_a = c \cdot \frac{F}{E_b A_b}.$$
(3)

Загальний розв'язок рівняння (3) можна подати у вигляді:

$$N_a = A sh(kx) + B ch(kx) + \frac{c}{k^2} \cdot \frac{F}{E_b A_b}.$$

Сталі інтегрування *А* та *В* визначимо із граничних умов задачі:

$$N_{\alpha} = 0$$
 при  $x = 0, N_{\alpha} = F$  при  $x = l.$  (4)

В результаті функція розподілу нормальних зусиль в арматурному стержні на ділянці взаємодії з бетонним блоком набуває вигляду:

$$N_a = F\left((1-m)\frac{sh(kx)}{sh(kl)} + m\left[1+sh(kx)\,cth(kl)-ch(kx)\right]\right).$$
 (5)

Тут прийняті позначення:

$$k = \sqrt{c \left(\frac{1}{E_a A_a} + \frac{1}{E_b A_b}\right)}, \ m = \frac{E_a A_a}{E_a A_a + E_b A_b}.$$
 (6)

За побудовою функція (5) задовольняє рівняння (3) і граничні умови (4). На інтервалі  $X \in [0, l]$  величина  $N_a(x)$  змінюється від 0 до F.

Враховуючи залежність (5), для інтенсивності осьових зусиль отримаємо формулу:

$$q(x) = Fk\left((1-m)\frac{ch(kx)}{sh(kl)} + m\left[ch(kx)cth(kl) - sh(kx)\right]\right).$$
(7)

Функція  $q(x)\epsilon$  нелінійною. Її значення на інтервалі  $X \in [0, l]$  змінюються

від 
$$q(0) = Fk\left(\frac{1-m}{sh(kl)} + m cth(kl)\right)$$
  
до  $q(l) = Fk\left(\frac{m}{sh(kl)} + (1-m) cth(kl)\right)$ 

Графіки функцій розподілу зусилля  $N_{\alpha}$  та інтенсивності зусилля q в арматурі, загальний вигляд яких наведено на рис. 2, показують, що максимальні зусилля, а відтак і максимальні нормальні напруження в арматурному стержні, за умов висмикування стержня спостерігаються у зоні виходу арматури із бетонного блоку.



Рис. 2. Функції розподілу на ділянці анкеровки в арматурному стержні: а) внутрішнє зусилля; б) інтенсивність зусилля

Координату  $x_{\min}$ , що відповідає мінімальному значенню функції q(x), можна визначити із рівняння:

$$sh(kx) = \frac{m sh(kl)}{1 - 2m(1 - m)\left[1 - ch(kl)\right]}$$

Отримані залежності (5) та (7) дозволяють прогнозувати величину зусиль зчеплення арматури з бетоном, а також розраховувати напруження, що виникають у навивці арматурного стержня. Конкретний вигляд графіків розподілу зусиль буде залежати від характеристик жорсткості елементів розглянутої конструкції, які, відповідно до (6), є визначальними для параметра *m*. Величина цього параметру є тим більшою, чим більшою є різниця між модулями пружності арматури ( $E_a$ ) та бетону ( $E_b$ ). Якщо в (6) умовно прийняти, що  $A_a = A_b$ , то отримаємо  $m = 0,52 \dots 0,68$  для найбільш використовуваних марок бетону (з модулем пружності  $E_b = (30 \dots 37) \cdot 10^4$  МПа) і склопластикової арматури  $E_a = (40 \dots 45) \cdot 10^4$  МПа) та базальтопластикової арматури  $E_a = (55 \dots 65) \cdot 10^4$  МПа). Для сталевої арматури  $E_a = (20 \cdot 10^4$  МПа) такого самого діаметру величина параметру *m* збільшується до 0,87.

Визначимо розподіл дотичних напружень, що виникають у зоні взаємодії арматури з бетоном. Будемо вважати незмінними дотичні напруження в усіх точках периметру кожного перерізу стержня арматури. Розглянемо деякий елемент стержня нескінченно малої довжини *dx* (рис. 3).



Рис. 3. Схема елементу арматурного стержня

При прийнятих припущеннях для указаного елементу маємо:

$$d\tau(x) = \frac{dN_a(x)}{\pi D \, dx} = \frac{q(x)}{\pi D}$$

Середнє значення дотичних напружень *т* на ділянці анкеровки довжиною *l* розраховуємо за формулою:

$$\int_{0}^{l} d\tau(x) \, dx = \int_{0}^{l} \frac{q(x)}{\pi D} \, dx$$

Враховуючи (7), отримаємо:

$$\int_{0}^{l} d\tau(x) \, dx = \frac{F}{\pi D}$$

За теоремою про середнє значення визначеного інтегралу маємо:

1. Холмянский М. М. Контакт арматуры з бетоном. Москва, 1981. 184 с.

## 2. Попов Н. Н., Чарыев М. Железобетонные и каменные конструкции. Москва, 1996. 255 с.

Achillides Z., Pilakoutas K. Bond behavior of fiber reinforced polymer bars under direct pull-out conditions. *Journal of Composites for construction*. 2004. Vol. 8, No. 2. P. 173–181.

Література

- Tighiouart B., Benmokrane B., and Gao D. Investigation of bond in concrete member with fibre reinforced polymer (FRP) bars. Construction and Building Materials. 1998. Vol. 12. P. 453–462.
- Nanni A., Bakis C. E., and Boothby T. E. Test methods for FRP-concrete systems subjected to mechanical loads: state of the art review. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 1995. Vol. 14, No. 6. P. 524–558.
- 6. Бенин А. В., Семенов С. Г. Экспериментальные исследования сцепления композитной арматуры с плоской навивкой с бетоном. *Промышленное и гражданское строительство*. 2013. № 9. С. 74–76.
- Baena M., Torres L., Turon A., and Barris C. Experimental study of bond behaviour between concrete and FRP bars using a pull-out test. *Composites Part B: Engineering*. 2009. Vol. 40, No. 8. P. 784–797.

$$\int_{0}^{l} d\tau(x) dx = \tau(X) l,$$

де X – деяке число з інтервалу (0, l).

Таким чином, остаточно розрахункова формула набуває вигляду:

$$\tau(X) = \frac{F}{\pi Dl}$$

Саме за такою формулою і рекомендують визначати величину дотичних напружень стандарти, що нині діють.

Зазначимо, що розрахункова схема досліджуваної задачі є достатньо спрощеною: зчеплення арматури з бетоном вважали ідеальним, без урахування можливості порушення суцільності з'єднання внаслідок появи локальних тріщин у бетоні, а також не враховували фізичну нелінійність бетону. Основним недоліком такої розрахункової схеми є неможливість визначення дійсного розподілу напружень у зоні контакту арматури з бетоном, оскільки і величина, і характер розподілу напружень будуть залежати від конфігурації зовнішньої поверхні арматурного стержня. Тому знайдене аналітичне рішення є справедливим для невисоких навантажень, за яких ще не відбувається руйнування арматури або бетону. Проте воно може бути використане як базове для порівняння із результатами інших методів розрахунку.

Висновки і перспективи використання результатів дослідження. Використання в сучасному будівництві автомобільних доріг армування верхнього шару покриття потребує цілеспрямованого експериментального і теоретичного дослідження зчеплення арматури з бетоном з метою підвищення надійності і довговічності конструкції. Одним із основних методів дослідження взаємодії арматури з бетоном є дослідження задачі про висмикування стержня арматури з бетонного блоку. Під час розв'язання такої задачі запропоновані аналітичні залежності, які дають можливість прогнозувати величину зусиль зчеплення арматури з бетоном, а також розраховувати напруження, що виникають у навивці арматурного стержня. У подальших дослідженнях отримані результати можуть бути використані для вирішення питання оптимізації параметрів конструкції дорожнього одягу.

- 8. Хозин В. Г., Пискунов А. А., Гиздатуллин А. Р. и др. Сцепление полимеркомпозитной арматуры с цементным бетоном. Известия КГАСУ. 2013. № 1 (23). С. 214–220.
- Elgabbas F., Vincent P., Ahmed E., Benmokrane B. Experimental testing of basalt-fiber-reinforced polymer bars in concrete beams. Composites Part B: Engineering, 2016. Vol. 91. P. 205–218.
- 10. Said M., Adam M. A., Mahmoud A. A., Shanour A. S. Experimental and analytical shear evaluation of concrete beams reinforced with glass fiber reinforced polymers bars. *Construction and Building Materials*, 2016, № 102. P. 574–591.
- 11. Benin A., Bogdanova G., Semenov S. Experimental Study and Mathematical Modeling of Bond of Different Types Winding Glass-Plastic Reinforcement with Concrete. *Applied Mechanics and Materials*, 2014, Vol. 617. P. 215–220.
- 12. Gu X., Yu B., Wu M. Experimental study of the bond performance and mechanical response of GFRP reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 2016, № 114. P. 407–415.
- 13. Shima H., Chou L., Okamura H. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Faculty of Engineering*, University of Tokyo (B). 1987. Vol. 39, No. 2. P. 133–194.
- 14. Гудонис Э., Качанаускас Р., Грибняк В., Вебер А., Якубовскис Р., Каклаускас Г. Механические свойства контакта стеклопластиковой арматуры с бетоном. *Механика композитных материалов*. 2014. Т. 50, № 4. С. 641–654.